

MODELO DE RELACIÓN ENTRE PROVEEDORES DE INSUMOS Y FABRICANTES DE BIENES¹.

1. Descripción del encadenamiento hacia atrás.

En el siguiente apartado, se muestra cómo se determina el cálculo de la cantidades consumidas de un insumo otorgado por un proveedor en la elaboración de un producto.

Supongamos para ello que, existen U unidades económicas y la u -ésima unidad tiene un conjunto de P_u Plantas con $u=1,2,\dots,U$. Por otro lado, vemos que dentro de la u -ésima Unidad económica existe la k -ésima Planta con $k_u=1,2,\dots,P_u$. Las plantas pueden ser proveedoras o fabricantes. Cada k -ésima Planta (con $k=1,2,\dots,P_u$) produce un Total de M_{ku} productos en el t -ésimo periodo para un total de T periodos y tienen L_{ku} proveedores que le suministran un total de I_{ku} insumos. Esto implica que la información que presenta cada unidad económica está referida a los diferentes productos que elabora, los insumos que compra, a quién se los compra y cuánto utiliza de cada insumo en la elaboración de un producto en cada planta productiva.

1.1 Variables:

1.1.1 Coeficiente técnico de producción

c_{ijkut} : Cantidad unitaria del i -ésimo insumo utilizada por unidad producida del j -ésimo producto realizado por la k -ésima planta de la u -ésima Unidad Económica en el año t .

con

$$\begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, I_{ku} \\ j &= 1, 2, \dots, M_{ku} \\ k &= 1, 2, \dots, P_u \\ u &= 1, 2, \dots, U \\ t &= 1, 2, \dots, T \end{aligned}$$

¹ Elaborado por: Rodolfo Rangel.

donde:

I_{ku} : Número de Insumos que utiliza la planta k de la unidad económica u

M_{ku} : Número de Productos que fábrica la planta k de la unidad económica u

P_u : Número de Plantas de la u -ésima unidad

U : Total de unidades económicas o empresas existentes

T : Total de períodos en estudio

1.1.2 Cantidad de producción

Y_{jkut} : Cantidad producida del j -ésimo producto realizado por la k – ésima planta de la u -ésima unidad para el año t

1.1.3 Cantidad de insumos

I_{ikut} : Cantidad del i -ésimo insumo comprado por u -ésima unidad económica utilizado en la k - ésima planta para el año t

$$I_{ikut} = \sum_{l=1}^{L_{ikut}} I_{ikult}$$

donde:

I_{ikult} : Cantidad del i -ésimo insumo comprado para la k -ésima planta de la u -ésima Unidad Económica al l -ésimo proveedor en el año t

L_{ikut} : Número de proveedores del i -ésimo insumo comprado por la u -ésima unidad y utilizado en la k -ésima planta en el año t

1.2. Variables calculadas

1.2.1 Proporción de insumo

$$\pi_{ikult} = \frac{I_{ikult}}{I_{ikut}}$$

donde,

$$\sum_{l=1}^{L_{ikut}} \pi_{ikult} = 1$$

π_{ikult} : Proporción del i-ésimo insumo utilizado en la k-ésima planta de la u-ésima unidad comprada al l-ésimo proveedor para el año t.

1.3 Variable estimada (valor en el arco)

1.3.1 Cantidad de insumo utilizada en la producción total de un producto

$$I_{ijkult} = c_{ijku} Y_{jkut} \pi_{ikult}$$

I_{ijkult} : Cantidad del i-ésimo insumo utilizada en el j-ésimo producto, comprado para la k-ésima planta de la u-ésima unidad económica al l-ésimo proveedor para el año t.

1.4 Corrección por igualdad de producción del código arancelario del proveedor e inexistencia de un código único de identificación de productos.

Debido a que una Unidad Económica indica los artículos del proveedor con una descripción del insumo que puede ser diferente a la descripción que otorga el proveedor, se pueden generar inconsistencias en ambas descripciones. Es así como, se utiliza el código arancelario para tener una descripción única entre el fabricante y el proveedor. Sin embargo, pueden existir casos en los cuales el proveedor **suministra** varios artículos que son descritos en un mismo código arancelario.

Para esos casos, se indica que el fabricante compra proporciones de artículos según los niveles de producción o **importación** del proveedor. Esto produce un cambio en los valores de los arcos de compras de insumo, ya que el mismo se subdivide en todos los productos que elabora el fabricante que ingresan por el código arancelario indicado. Así, los valores se representan de la siguiente manera:

$$I_{ijkulthd} = c_{ijku} Y_{jkut} \pi_{ikult} \rho_{lhd}$$

Donde:

$I_{ijkulthd}$: Cantidad del i-ésimo insumo utilizada en el j-ésimo producto, comprado para la k-ésima planta por la u-ésima unidad económica al l-ésimo proveedor para el año t que proviene de la h-ésima planta del proveedor y va al d-ésimo insumo del proveedor que coincide en código arancelario con el i-ésimo insumo

ρ_{lhd} : Proporción del h-ésimo insumo de la planta d-ésima del l-ésimo proveedor del i-ésimo insumo descrito por el fabricante que coincide con el código arancelario del h-ésimo insumo proveedor.

Debe cumplirse:

$$\sum_{h=1}^{H_l} \sum_{d=1}^{D_l} \rho_{lhd} = 1$$

Donde,

H_l : es el número de insumos del l-ésimo proveedor que coinciden en código arancelario con el i-ésimo insumo de la planta fabricante.

D_l : es el número Plantas del l-ésimo proveedor que producen el código arancelario del i-ésimo insumo.

1.5 Supuestos:

- Cada fábrica compra un conjunto de insumos y para un mismo insumo pueden existir diferentes proveedores, donde cada proveedor puede otorgar uno o varios insumos.
- Los proveedores pueden otorgar diferentes proporciones de un mismo insumo, por ende se supone que si un producto fabricado utiliza un insumo, lo utiliza en las proporciones que la

fábrica indique que ha comprado a los proveedores. Este supuesto determina que si un producto por ejemplo pantalón, utiliza un insumo como tela para pantalón y la fábrica señala que tiene 2 proveedores de ese insumo, Proveedor A y Proveedor B con porcentajes de ventas de 40% y 60%, entonces la producción de los pantalones se forma en 40% con tela del proveedor A y en 60% con tela del proveedor B. De tal manera que, si existe otro artículo que utiliza esta tela para pantalón se determina que también su uso corresponde a las mismas proporciones.

- Para una fábrica, en los casos donde existe un insumo que es otorgado por varios proveedores y que está dirigido hacia diferentes productos, las cantidades consumidas del insumo dependen de las cantidades unitarias del mismo por producto, de las cantidades de producción y de los porcentajes de compras. Aparte, si el proveedor indica que elabora el insumo identificado por un código arancelario

1.6 Incremento de la producción efecto hacia atrás.

1.6.1 Variación simple

Bajo el supuesto de que permanecen constantes los valores de los coeficientes técnicos de producción c_{ijk} y las proporciones de compras de cada proveedor, que existe un nivel infinito de la capacidad instalada para un incremento de la producción y igualmente para lograr incrementar el talento humano y otros insumos referentes a combustibles o recursos de energía necesarios para incrementar la producción. Entonces las variaciones en los incrementos un nivel atrás de los insumos de cada proveedor, dado una variación de la producción $\Delta Y_{jkt} > 0$, se supone que son lineales y vienen dadas por:

$$\Delta I_{ijkulthd} = c_{ijku} \Delta Y_{jkt} \pi_{ikult} \theta_{lhd}$$

Donde

$\Delta I_{ijkulthd}$: cambio en el consumo del insumo i -ésimo dado por un incremento en ΔY_{jkt}

1.6.2 Incremento de la producción efecto hacia atrás, restringido a la capacidad de producción.

A partir de la ecuación anterior otorgada para $\Delta I_{ijkulthd}$, supongamos que el l-ésimo proveedor en su d-ésima planta se encuentra en una capacidad utilizada de $(\alpha_{lhd})100\%$ donde $0 < \alpha_{lhd} \leq 1$ en este caso supongamos que la capacidad que puede incrementar viene dada por $(1 - \alpha_{lhd})100\%$. Por otro lado, la producción del total de los insumos otorgados por el proveedor y que se encuentra relacionada con el i-ésimo insumo necesario por la planta, se denota como:

TPP_{lid} : Total Producción del i-ésimo insumo del l-ésimo Proveedor en su d-ésima Planta

$$TPP_{lid} = \sum_{h=1}^{H_l} TPP_{lih}$$

Donde:

H_l : es el número de insumos del l-ésimo proveedor que coinciden en código arancelario con el i-ésimo insumo de la planta fabricante.

TPP_{lih} : Total Producción del h-ésimo insumo del l-ésimo Proveedor en su d-ésima Planta que coincide con el código arancelario i-ésimo

Así, la capacidad máxima de incremento de la producción para el l-ésimo proveedor para abastecer el insumo i-ésimo en su d-ésima planta:

$$(1 - \alpha_{lhd}) * TPP_{lih}$$

Y por último, el Incremento Restringido por la capacidad de producción:

$$\Delta IR_{ijkulthd} = \text{Mínimo}[\Delta I_{ijkulthd}; (1 - \alpha_{lhd}) * TPP_{lih}]$$

1.6.3 Niveles directos o indirectos

Al realizar un incremento en los niveles de producción de un fabricante este se encontrara en un nivel cero, éste genera una solicitud de insumos en un primer nivel, luego su proveedor generara su propia solicitud de insumos, la cual llamaremos de segundo nivel, y así sucesivamente cada proveedor que se encuentra atrás generará una demanda de insumos que se encontraran a o niveles del nivel donde se inicia el incremento.

1.6.4 Distribución de las solicitudes de insumo del proveedor

Cuando un proveedor recibe de sus clientes diversas solicitudes por incrementos de la producción, distribuye las posibles producciones de insumos: Comenzando por las que son solicitadas encontrándose el proveedor un nivel atrás, luego en las que el mismo se encuentra un segundo nivel atrás y así sucesivamente, hasta que abarque su capacidad total de producción o no se necesiten más insumos de los que el proveedor produce. Por ende, cuando un fabricante incrementa su producción no sólo no podrá ser completamente abastecido por el proveedor debido a la restricción de su capacidad de producción sino también, porque su solicitud debe distribuirse en los que se encuentran en su mismo nivel de encadenamiento.

De esta manera, las capacidades de incremento de la producción disminuyen de acuerdo a cuanto es consumido en un nivel 0, 1, 2 y así sucesivamente.

$$\alpha_{lhd1} \geq \alpha_{lhd2} \geq \dots \geq \alpha_{lhd_o}$$

Donde α_{lhd_o} es la capacidad de producción que existe para cumplir las solicitudes de insumos de o-ésimo nivel. Dicha capacidad de producción disminuye en la medida en que se van abasteciendo los niveles mayores que “o”.

Por otro lado, se supone que la capacidad de distribución del proveedor para una fábrica en particular depende de cuanta demanda recibe de todas las fábricas que utilizan el insumo. Por ello, para fábricas que se encuentren en un mismo Nivel, el total de incremento para un proveedor viene dado por:

$$\sum_{u=1}^U \Delta I_{ijkulthd} = \sum_{u=1}^U c_{ijku} \Delta Y_{jkut} \pi_{ikult} \rho_{lhd}$$

La proporción que puede otorgar el proveedor de producción del insumo d-ésimo que se presenta como

$$\lambda_{ijkulthd} = \frac{\Delta I_{ijkulthd}}{\sum_{u=1}^U \Delta I_{ijkulthd}} = \frac{c_{ijku} \Delta Y_{jkut} \pi_{ikult} \rho_{lhd}}{\sum_{u=1}^U c_{ijku} \Delta Y_{jkut} \pi_{ikult} \rho_{lhd}}$$

La ecuación del incremento restringido por la capacidad de producción ahora se le agrega el valor de $\lambda_{ijkulthd}$ y se genera el Incremento Restringido por la capacidad de producción, distribuido según la demanda de insumos de todos los fabricantes del o-ésimo nivel:

$$\Delta IRD_{ijkulthdo} = \text{Mínimo} [\Delta I_{ijkulthd} * \lambda_{ijkulthd}; (1 - \alpha_{lhd}) * TPP_{lih} * \lambda_{ijkulthd}]$$

1.6.5 Caso en que el proveedor no puede abastecer la demanda de insumos.

En los casos en que las cantidades demandadas por las fábricas no pueden ser abastecidas por el proveedor que tiene una relación ya existente con el fabricante, se genera una cantidad de insumo que puede ser abastecida por otros proveedores que coincidan en la producción de ese insumo, según produzcan el mismo código arancelario del insumo. Este caso se presenta cuando:

$$\Delta IRD_{ijkulthdo} = \text{Mínimo} [\Delta I_{ijkulthd} * \lambda_{ijkulthd}; (1 - \alpha_{lhd}) * TPP_{lih} * \lambda_{ijkulthd}]$$

$$\Delta IRD_{ijkulthdo} = (1 - \alpha_{lhd}) * TPP_{lih} * \lambda_{ijkulthd}$$

Es así como, se genera una cantidad de $[\Delta I_{ijkulthd} * \lambda_{ijkulthd} - (1 - \alpha_{lhd}) * TPP_{lih} * \lambda_{ijkulthd}]$ que no puede ser abastecida por el l-ésimo proveedor. En ese caso si existen fábricas del i-ésimo insumo que pueden satisfacer la demanda, se seleccionan como proveedoras propuestas para la fabricación del mismo y su variación de fabricación de insumo es similar a la de una proveedora existente. Dicha proveedora se encuentra relacionada de acuerdo a su capacidad de producción y su distribución de demanda de insumos por otras fábricas, así como su suministro de insumos tomando como prioridad los niveles de

encadenamiento. En el caso en que no existan dichas fábricas o las mismas ya han alcanzado su máximo nivel de capacidad de producción, se colocará dicha demanda de insumos como importaciones.

2. Descripción del encadenamiento hacia adelante.

La visualización de los encadenamientos hacia adelante, se establece para conocer quiénes utilizan los productos elaborados (insumos) por un proveedor o varios proveedores en específico. Para ello, análogo a los encadenamientos hacia atrás, supongamos que existen U unidades económicas proveedoras de insumos y la u -ésima unidad tiene un conjunto de P_u plantas con $u=1,2,\dots,U$. Por otro lado, vemos que dentro de la u -ésima unidad económica proveedora existe la k -ésima planta con $k=1,2,\dots,P_u$. Las plantas pueden ser proveedoras o fabricantes según se establezca una relación de encadenamiento hacia adelante o atrás respectivamente, cada k -ésima planta con $k=1,2,\dots,P_u$, produce un Total de M_{ku} productos, cada producto elaborado en la k -ésima planta es comprado por C_{kuj} unidades económicas que los utilizan en las plantas que han indicado usan el insumo en la producción de ciertos productos. Los cálculos relacionados para las C_{kuj} unidades económicas, son exactamente iguales que cuando se describen sus productos hacia atrás, bajo el supuesto de que existen en la visualización de la cadena todos los proveedores de los insumos que utilizan estas C_{kuj} . Debido a que esto no es lo que generalmente ocurre, se mostrará en la siguiente sección qué sucede cuando falta algún proveedor de los insumos o cuando falta alguna proporción de los insumos o ambos.

2.1 Niveles de producción ante la falta de proveedores o insumos.

Los niveles de producción desarrollados hacia adelante, vienen determinados por las cantidades de disponibilidad de insumos que existan. Si existen varios insumos que se utilizan en el producto, en dicho caso el nivel de producción de los productos será establecido por la cantidad máxima de utilización de todos los insumos que se encuentran presentes en la consulta de las cadenas. Cabe destacar que la cantidad máxima de utilización, viene determinada por el insumo que en porcentaje se presente en la menor disponibilidad necesaria. Es decir, si un Producto X necesitaba 100% del insumo

A, 100% del Insumo B y 100% del insumo C, pero según la consulta (selección de la cadena en estudio) actualmente llegan a la planta un 60% del insumo A, 50% del insumo B y 70% del Insumo C; se determina que la cantidad máxima de producción del producto X es del 50%.

Generalizando, podemos suponer que para la c-ésima fábrica, la cual sería alguna de las U unidades económicas, su nivel de Producción para algunos de sus M_{ku} productos elaborados en alguna de sus k-ésimas plantas el nivel de producción para el j-ésimo producto, puede ser obtenido mediante:

$$I_{ijkulthd} = c_{ijku} Y_{jkt} \pi_{ikult} \rho_{lhd}$$

Donde,

$I_{ijkulthd}$: Cantidad del i-ésimo insumo utilizada en el j-ésimo producto, comprado para la k-ésima planta por la u-ésima unidad económica al l-ésimo proveedor para el año t que proviene de la h-ésima planta del proveedor y va al d-ésimo insumo del proveedor que coincide en código arancelario con el i-ésimo insumo.

ρ_{lhd} : Proporción del h-ésimo insumo de la planta d-ésima del l-ésimo proveedor del i-ésimo insumo descrito por el fabricante que coincide con el código arancelario del h-ésimo insumo proveedor.

Por lo tanto, despejando $Y_{jkt} \pi_{ikult}$ podemos obtener que:

$$\frac{I_{ijkulthd}}{c_{ijku} \rho_{lhd}} = Y_{jkt} \pi_{ikult}$$

Donde,

$$c_{ijku}, \rho_{lhd} > 0$$

Es decir, se supone que existe relación entre el insumo i y el producto j y que alguna proporción mayor que cero es comprada al l-ésimo proveedor, donde:

$Y_{jkt} \pi_{ikult}$: es la cantidad posible de producción del producto j-ésimo que es elaborada con el i-ésimo

insumo y proviene del l-ésimo proveedor en la k-ésima planta

Para cada i-ésimo insumo utilizado para la elaboración del j-ésimo producto tenemos un posible nivel de producción:

$$Y_{ijkut} = \begin{cases} Y_{jkt} & \text{si } A_{ijku} = \emptyset \\ Y_{jkt} \sum_{\forall l \in A_{ijku}}^{L_u} \pi_{ilkut} & \text{si } A_{ijku} \neq \emptyset \end{cases}$$

Donde:

Y_{ijkut} : es el nivel de producción posible utilizando el i-ésimo insumo y asumiendo que los otros insumos que necesita el j-ésimo producto existen.

A_{ijku} : está compuesto por todos los números enteros positivos menores o iguales a L_u que representan los proveedores del i-ésimo insumo para el j-ésimo producto en la k-ésima planta de la u-ésima unidad que **se encuentran presentes** en la cadena.

Tomando en cuenta que van a existir diferentes niveles de producción, según las cantidades de insumo necesarias, se llega a determinar que el nivel de producción posible hacia adelante para el j-ésimo producto:

$$Y_{jkt} = \text{Min}(Y_{1jkt}, Y_{2jkt}, \dots, Y_{ijkut}, \dots, Y_{ljkut})$$

Nota: Según la información que se que presenta, una unidad económica está referida a los diferentes productos que elabora, los insumos que compra, a quien se los compra y cuanto utiliza de cada insumo en la elaboración de un producto en cada planta productiva. Por lo tanto, la visualización de encadenamientos hacia adelante se refiere a un conjunto de empresas que señalaron a la u-ésima unidad económica como su proveedor. Cada unidad económica se considera proveedora completa de su producción. Además, se asume que existe el registro completo de todos los fabricantes que utilizan dicha producción.

2.2 Disminución de la producción, efecto hacia adelante

Cuando exista una disminución de la producción de un insumo su efecto será visualizado hacia adelante, sin embargo se visualizará un efecto real en la producción de un producto X cuando éste pase a conformar el insumo que se presente con el menor porcentaje de disponibilidad necesaria. Es decir, supongamos que para la elaboración de un Producto X se necesita 100% del insumo A, 100% del Insumo B y 100% del insumo C; pero según la consulta actualmente se cuenta con un 60% del insumo A, 50% del insumo B y 70% del Insumo C. Por consiguiente, se da una disminución del producto A en 10%, lo cual lo lleva a 54%, ya que el valor de B es 50%, y hacia adelante no se ve ningún efecto. En cambio si A cambia en un 20% llevando su nivel a 48%, esto se convierte en la mínima disponible y genera que la máxima nueva de producción del Producto X disminuya a 48%.

2.3 Efecto hacia adelante. Caso: Disminución de la producción.

Supongamos que para la u-ésima unidad atrás, ocurrió una disminución de la cantidad

$$I_{ijkulthd} = c_{ijku} Y_{jku} \pi_{ikult} \rho_{lhd} \quad \text{que se denomina} \quad I_{ijkulthd}^- = c_{ijku} Y_{jku} \pi_{ikult}^- \rho_{lhd}$$

donde

$$\pi_{ikult}^- = \frac{I_{ikult}^-}{I_{ikult}}$$

$$I_{ikult}^- = \sum_{h=1}^H I_{ikulth}^-$$

$$I_{ikulth}^- = \sum_{d=1}^D I_{ikulthd}^-$$

Utilizamos las nuevas proporciones de insumos en los posibles niveles de producción, es decir, para cada i-ésimo insumo utilizado para la elaboración del j-ésimo producto tenemos un posible nivel de producción:

$$Y_{ijkut}^- = \begin{cases} Y_{jkt} & \text{si } A_{ijk} = \emptyset \\ Y_{jkt} \sum_{\forall l \in A_{ijk}}^{L_u} \pi_{ikult}^- & \text{si } A_{ijk} \neq \emptyset \end{cases}$$

Donde:

Y_{ijkut}^- es el nuevo nivel de producción posible utilizando el i-ésimo insumo y asumiendo que los otros insumos que necesita el j-ésimo producto existen.

A_{ijk} está compuesto por todos los números enteros positivos menores o iguales a L_u , que representan los proveedores del i-ésimo insumo para el j-ésimo producto en la k-ésima planta de la u-ésima unidad que **se encuentran presentes** en la cadena.

Tomando en cuenta que van a existir diferentes niveles de producción, según las cantidades de insumo necesarias, se llega a determinar que el nivel de producción posible hacia adelante para el j-ésimo producto viene dado por:

$$Y_{jkt}^- = \text{Min}(Y_{1jkt}^-, Y_{2jkt}^-, \dots, Y_{ijkut}^-, \dots, Y_{ljkut}^-)$$